

仮説検定

1 カイ二乗検定

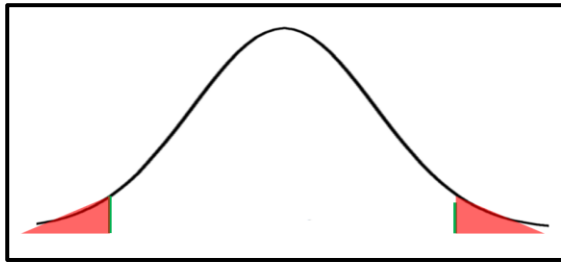
2 t 検定 後半

3 回帰分析



「前回」は

「両側検定」



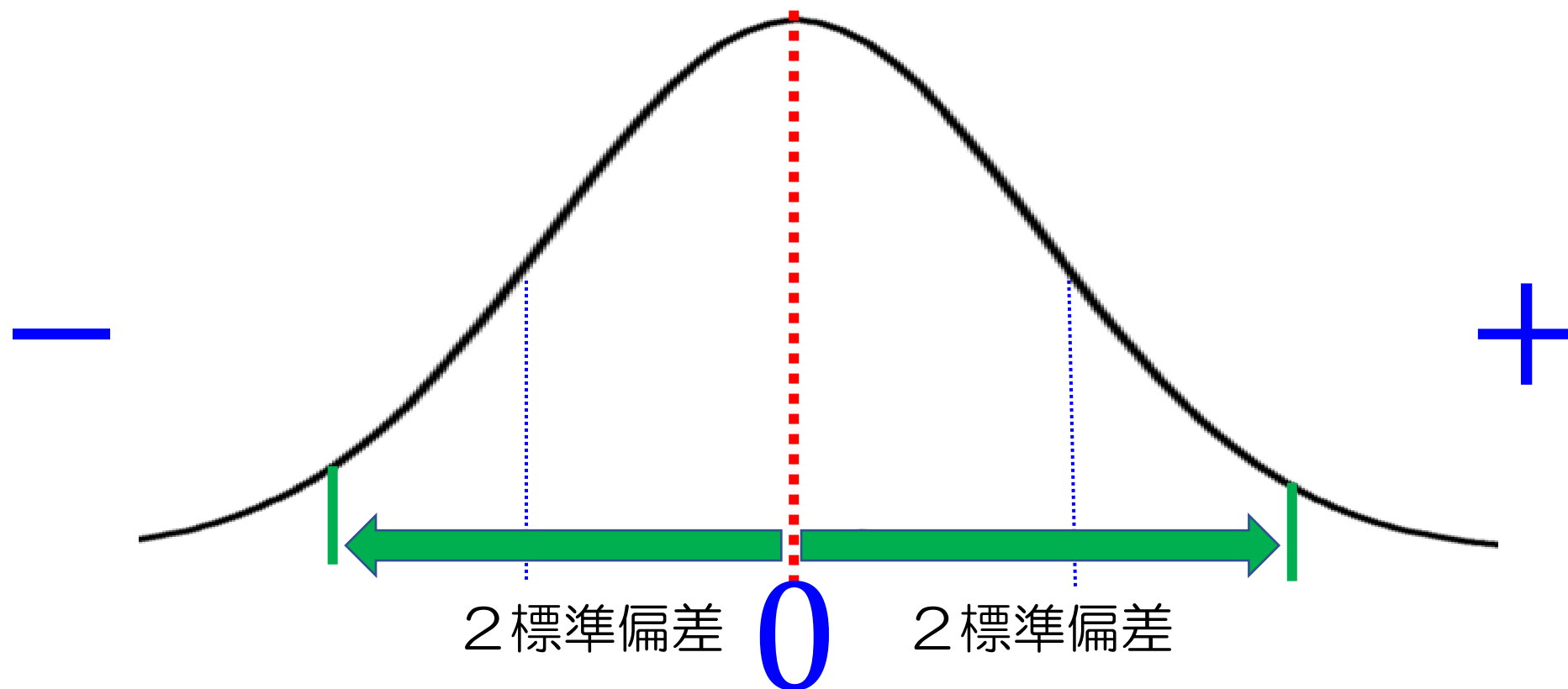
ある値が基準値と異なるか
を調べたいとき

どちらの方向に値がずれているか、

両方の可能性を考えたいとき！

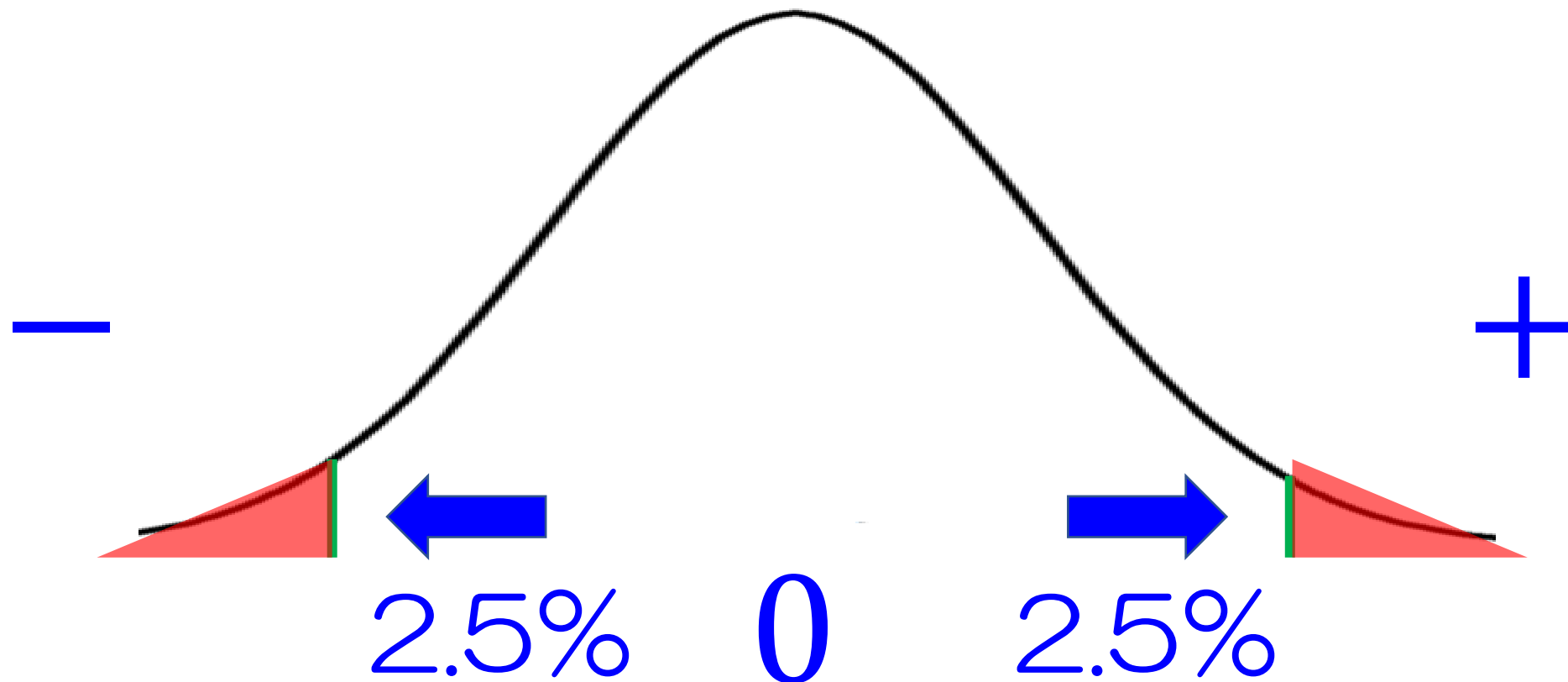
「正規分布 と 標準偏差」

- 平均値 $\pm$ 2標準偏差（面積）の中にデータの「95%」がある



「両側検定」と「片側検定」

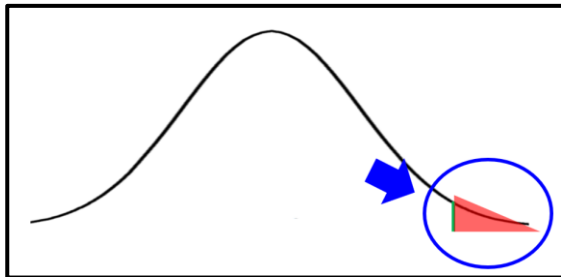
両側：ここの面積が「5%」



「両側検定」と「片側検定」

今回はこのパターン！

「片側検定」



ある値が基準値よりも大きいかを調べたいとき

「両側検定」と「片側検定」

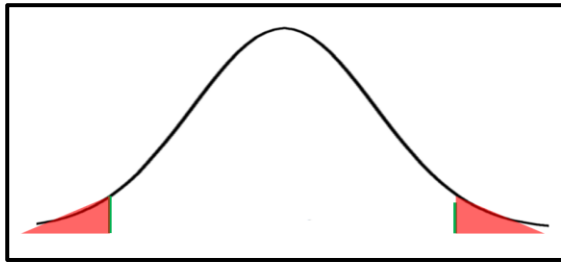
両側：ここの面積が「5%」

片側検定では 有意水準を2倍にしないとだめ
(そのままやると有意水準2.5%になってしまう)



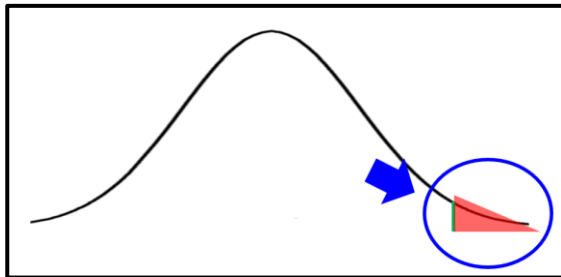
「両側検定」と「片側検定」

「両側検定」



ある値が基準値と異なるか
を調べたいとき

「片側検定」

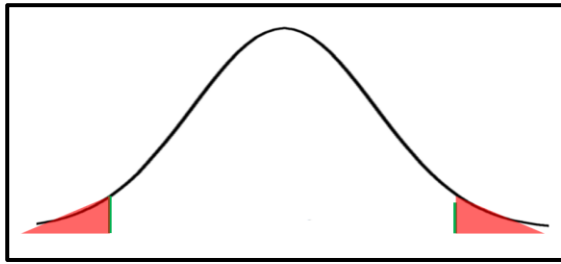


ある値が基準値よりも大きいか
を調べたいとき

「両側検定」と「片側検定」

「両側検定」

ある値が基準値と異なるか
を調べたいとき



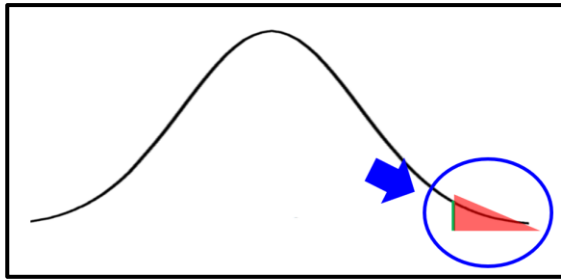
どちらの方向に値がずれているか、

両方の可能性を考えたいとき！

「両側検定」と「片側検定」

「片側検定」

ある値が基準値よりも大きいかを調べたいとき



（「小さいか」もありやで）

特定の方向に値がずれているか、

一方向だけの可能性を考えたいとき！

話は「両側」「片側」に戻って

例えば

「日給が30000円と仮定」(H_0)すると

対立仮説(H_1)は3通りできる

- 1 日給は30000円でない
- 2 日給は30000円より少ない
- 3 日給は30000円より多い



- 1 日給は30000円でない
- 2 日給は30000円より少ない
- 3 日給は30000円より多い

日給が「30000円」かどうかだけで
30000円より多いか少ないかは、
全く関係ない！

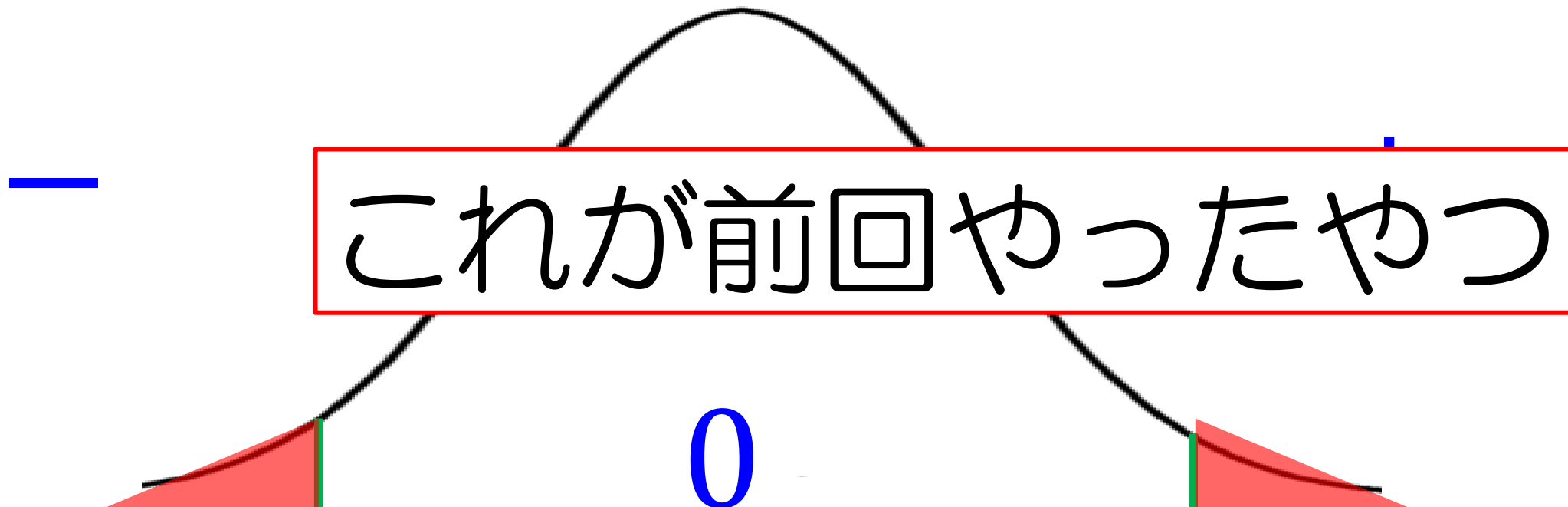
「両側検定」

1 日給は300000円でない

これが「両側検定」

どっちに入ってもいい

(多い少ないは全く考えない)



- 1 日給は30000円でない
- 2 日給は30000円より少ない
- 3 日給は30000円より多い

「30000円」より少ないかを調べるだけで

30000円より多いかは、

全く考えない

- 1 日給は300000円でない
- 2 日給は300000円より少ない
- 3 日給は300000円より多い

「300000円」より多いかを調べるだけで
300000円より少ないかは、
全く考えない

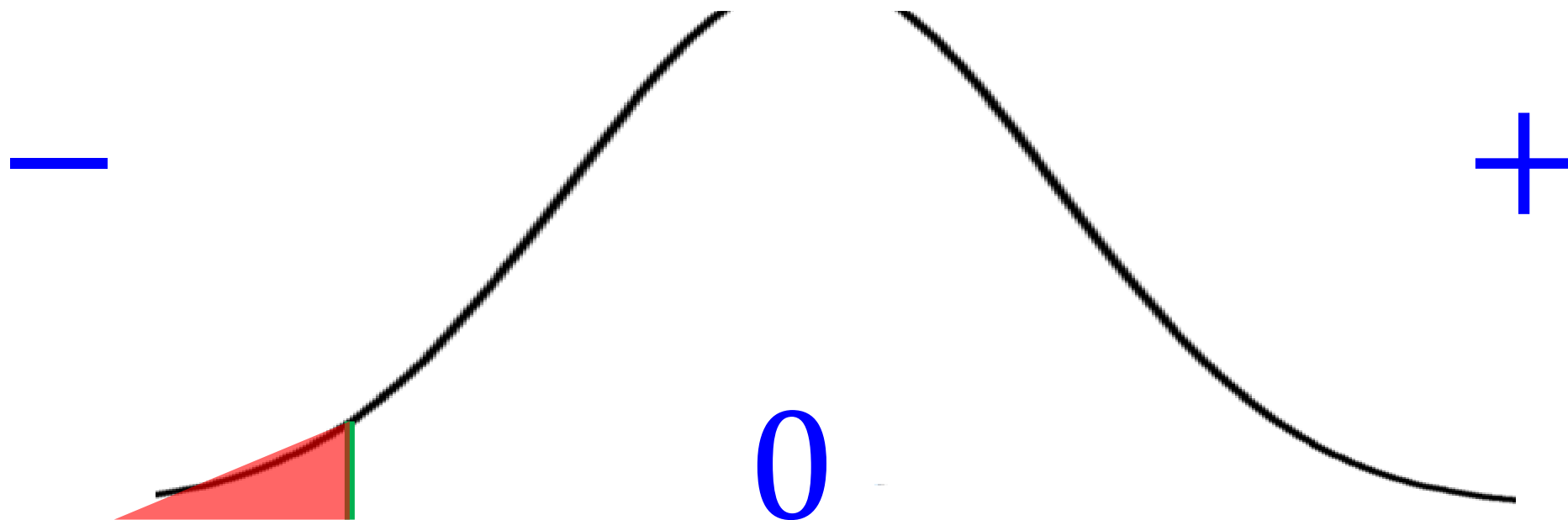
「片側検定」

2 日給は300000円より少ない

これが「片側検定」

マイナスの領域に入ればいい

(大小の関係があることを検定したい)



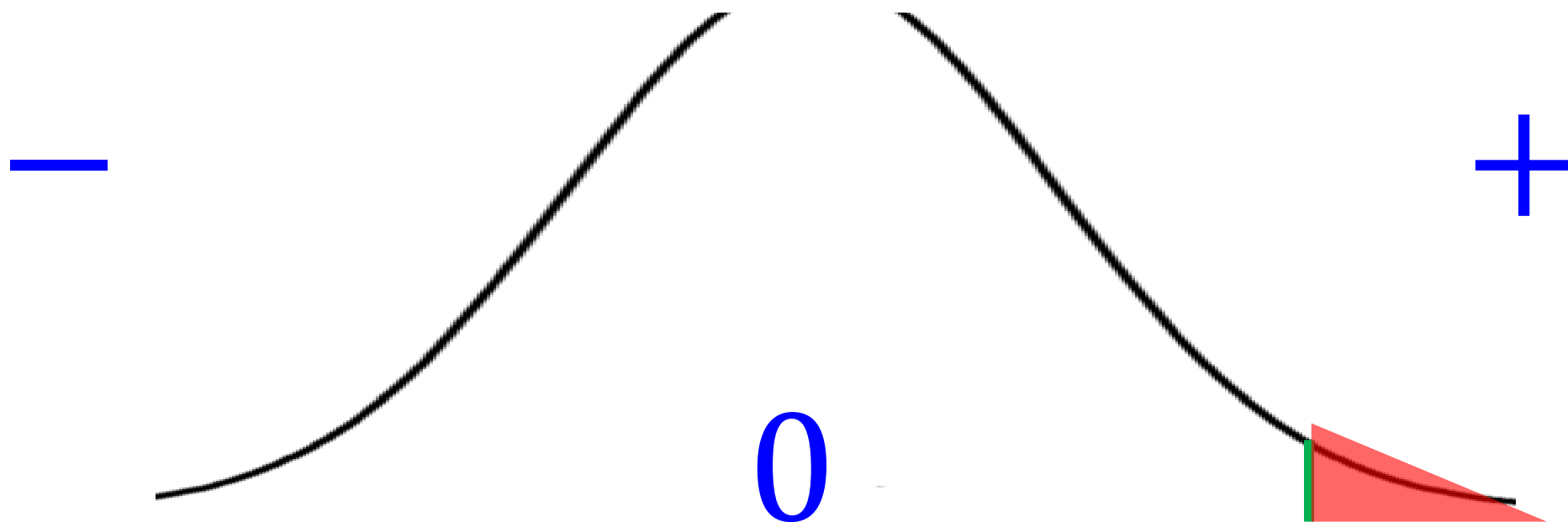
「片側検定」

3 日給は300000円より多い

これが「片側検定」

プラスの領域に入ればいい

(大小の関係があることを検定したい)



「両側検定」？

「片側検定」？



今回は

「片側検定」 やってみよう！



「t 検定」のパターン

1 1つのデータしかないが
(母集団の平均はわかってる)

2 2つのデータがある



前回は「母集団の平均がわかってた」

（日給30000円とか、容量350mlとか）

母集団の平均との比較

今度は「2つのデータの平均の比較」

やる流れは全く一緒

t 検定の流れ

- 1 「両側」か「片側」かを決める
- 2 仮説を立てる (H_0 H_1)
- 3 有意水準を決める (普通は0.05)
- 4 t 値 (絶対値) を求める
- 5 t 値の境界値を求める
- 6 t 値と t 値の境界値から判断する

前回の流れに追加の新しい考え

- 1 「対応のあるデータ」か
「対応のないデータ」か
- 2 片側検定の大小の判断

前回の流れに追加の新しい考え

- 1 「対応のあるデータ」か
「対応のないデータ」か
- 2 片側検定の大小の判断

「対応のあるデータ」

同じ対象で2回計測したデータの比較など

- 同じ物を条件を変えて撮像
- 同じ人で投薬前後の血圧

「対応のないデータ」

全く関係のない対象で2つの比較など

- 2つの集団からの標本の平均
- JRと地下鉄の遅延時間

「対応のあるデータ」

同じ対象で2回計測したデータの比較など

- 同じ物を条件を変えて撮像
- 同じ人で投薬前後の血圧

今までと

同じやりかたで進めてOK!

「対応のあるデータ」

同じ対象で2回

計測したデータの比較

同じ人で

投薬前後の血圧

血圧は下がった
と言える？

患者No	投与前	投与後
1	150	129
2	146	135
3	152	149
4	139	125
5	149	141
6	137	135
7	141	137
8	152	140
9	141	126
10	138	134

t 検定の流れ

- 1 「両側」か「片側」かを定める
- 2 仮説を立てる (H_0 H_1)
- 3 有意水準を決める（普通は0.05）
- 4 t 値（絶対値）を求める
- 5 t 値の境界値を求める
- 6 t 値と t 値の境界値から判断する

今回は「血圧の大小について検定」だから

「片側検定」

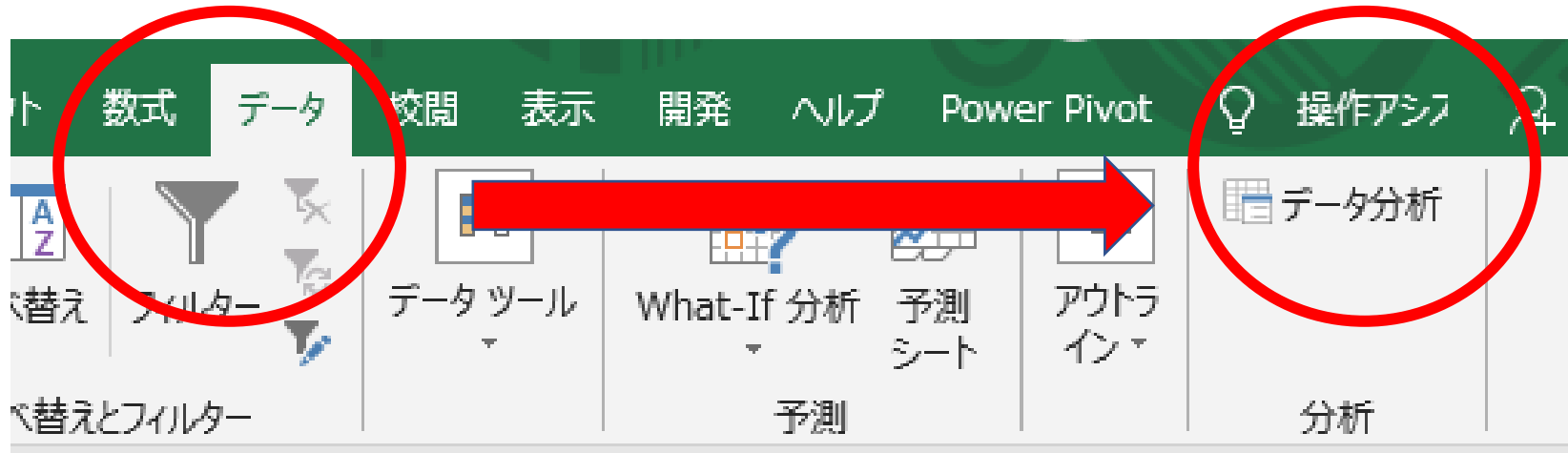
H_0 ：投薬前後で差はなかった

H_1 ：投薬前後で血圧が下がった

t 検定の流れ

- 1 「両側」か「片側」かを定める
- 2 仮説を立てる (H_0 H_1)
- 3 有意水準を決める (普通は0.05)
- 4 t 値 (絶対値) を求める
- 5 t 値の境界値を求める
- 6 t 値と t 値の境界値から判断する

「対応のあるデータ」



「t 検定： 一対の標本による平均の検定」

t-検定: 一対の標本による平均の検定ツール		
	変数 1	変数 2
平均	144.5	135.1
分散	35.38889	53.21111
観測数	10	10
ピアソン相関	0.569709	
仮説平均との差異	0	
自由度	9	
t	4.750411	
P(T<=t) 片側	0.000522	
t 境界値 片側	1.833113	
P(T<=t) 両側	0.001044	
t 境界値 両側	2.262157	

t 検定の流れ

- 1 「両側」か「片側」かを定める
- 2 仮説を立てる (H_0 H_1)
- 3 有意水準を決める (普通は0.05)
- 4 t 値 (絶対値) を求める
- 5 t 値の境界値を求める
- 6 t 値と t 値の境界値から判断する

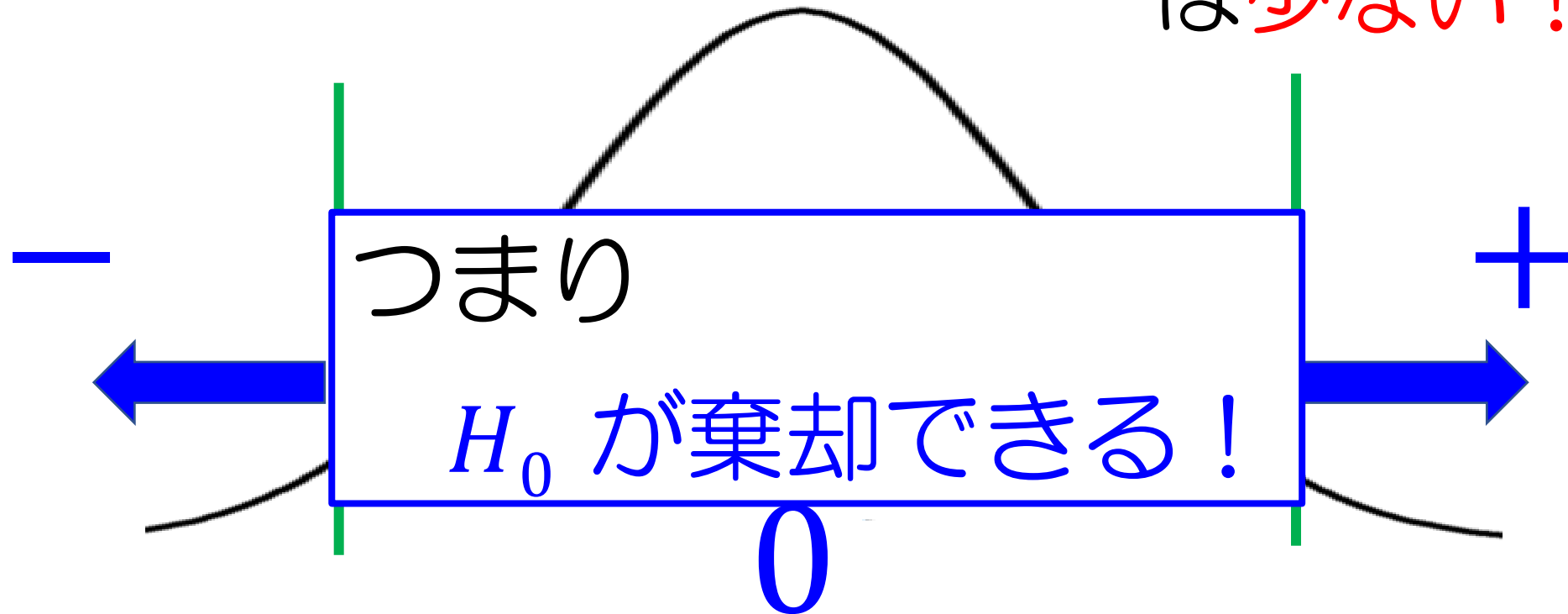
t-検定: 一対の標本による平均の検定ツール		
	変数 1	変数 2
平均	144.5	135.1
分散	35.38889	53.21111
観測数	10	10
ピアソン相関	0.569709	
仮説平均との差異	0	
自由度	9	
t	4.750411	
P(T<=t) 片側	0.000522	
t 境界値 片側	1.833113	
P(T<=t) 両側	0.001044	
t 境界値 両側	2.262157	

「 t 値の境界値」

境界値より外側（ t 値が大きい）と

間違ってデータがここに入る確率

は少ない！



「t 値と t 値の境界値」の比較

t 値の境界値と比べて

t 値（絶対値）が大きい

H_0 ：投薬前後で差はなかった

H_1 ：投薬前後で血圧が下がった

もうひとつの見方

t-検定: 一対の標本による平均の検定ツール		
	変数 1	変数 2
平均	144.5	135.1
分散	35.38889	53.21111
観測数	10	10
ピアソン相関	0.569709	
仮説平均との差異	0	
自由度	9	
t	4.750411	
P(T<=t) 片側	0.000522	
t 境界値 片側	1.833113	
P(T<=t) 両側	0.001044	
t 境界値 両側	2.262157	

「 $P(T \leq t)$ 片側と α 値」の比較

「 $P(T \leq t)$ 片側」と α 値 (有意水準)
を比べる

「 $P(T \leq t)$ 片側」の方が

大きい： H_0 が棄却できない

小さい： H_0 が棄却できる

t-検定: 一対の標本による平均の検定ツール		
	変数 1	変数 2
平均	144.5	135.1
分散	35.38889	53.21111
観測数	10	10
ピアソン相関	0.569709	
仮説平均との差異	0	
自由度	9	
t	4.750411	
P(T<=t) 片側	0.000522	
t 境界値 片側	1.833113	
P(T<=t) 両側	0.001044	
t 境界値 両側	2.262157	

$$\alpha = 0.05$$

「 $P(T \leq t)$ 片側と α 値」の比較

「 $P(T \leq t)$ 片側」のほうが

α 値 (有意水準) より **小さい**

H_0 : 投薬前後で差はなかった

H_1 : 投薬前後で血圧が下がった

問題やってみよう！

「医療統計 7回目 Excel」

問題 1

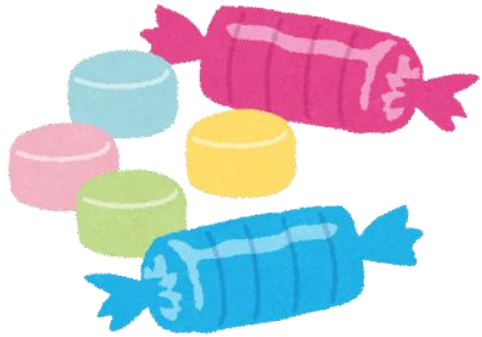
あるダイエット法の効果を調べるために
10人の被験者で調査した。

このダイエット法は効果がある？

この結果を有意水準5%の t 検定によっ
て検定して下さい。



問題2



「お菓子を食べたほうが良いのか」

「水を飲んだほうが良いのか」



「ストレッチをしたほうがよいのか」

テスト前にどうするべきか t 検定！



仮説検定

1 カイ二乗検定

2 t 検定 2

3 回帰分析



「対応のあるデータ」

同じ対象で2回計測したデータの比較など

- 同じ物を条件を変えて撮像
- 同じ人で投薬前後の血圧

「対応のないデータ」

全く関係のない対象で2つの比較など

- 2つの集団からの標本の平均
- JRと地下鉄の遅延時間

今までは

等分散：ばらつきが等しい

「母集団が等分散である」と仮定

して検定してた

「対応のないデータ」

全く関係のない対象で2つの比較など

- 2つの集団からの標本の平均
- JRと地下鉄の遅延時間

「対応のないデータ」

全く関係のない対象で2つの比較

- ・ 2つの集団からの標本の平均

関係のない対象だから

「等分散である」かわからない！

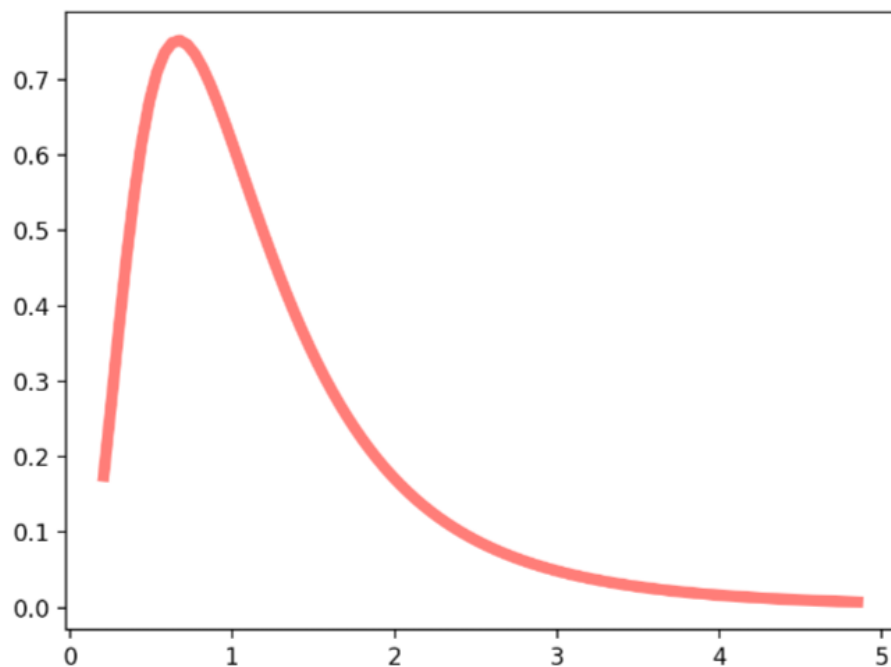
まず、等分散かどうか調べる必要がある！

「F 検定」

全く関係のない母集団が

等分散かどうか調べる検定

等分散：ばらつきが等しい



こんな分布になるけど
別に知らなくていい！

「F 検定」

JR	地下鉄
19.3	23.4
25.1	22.6
15.9	17.4
21.5	15.7
20.5	20.9
18.8	18.1
16.9	16.2

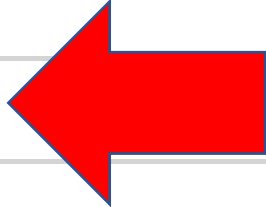
JRと地下鉄の
遅延時間に
差はあるのか

「データ分析」
「F 検定」から

こんなのが出るはず

F-検定: 2 標本を使った分散の検定		
	変数 1	変数 2
平均	19.71428571	19.18571429
分散	9.381428571	9.631428571
観測数	7	7
自由度	6	6
観測された分散比	0.974043311	
P(F<=f) 片側	0.487674236	
F 境界値 片側	0.233434021	

見るのはココ！

F-検定: 2 標本を使った分散の検定		
	変数 1	変数 2
平均	19.71428571	19.18571429
分散	9.381428571	9.631428571
観測数	7	7
自由度	6	6
観測された分散比	0.974043311	
P(F<=f) 片側	0.487674236	
F 境界値 片側	0.233434021	

「F 検定」

「 $P(F \leq f)$ 片側」と α 値 (有意水準)
を比べる

「 $P(F \leq f)$ 片側」の方が

大きい：分散が等しい

小さい：分散は等しくない

F-検定: 2 標本を使った分散の検定		
	変数 1	変数 2
平均	19.71428571	19.18571429
分散	9.381428571	9.631428571
観測数	7	7
自由度	6	6
観測された分散比	0.974043311	
P(F<=f) 片側	0.487674236	
F 境界値 片側	0.233434021	

$$\alpha = 0.05$$

この2つは等分散であると言える

「F検定」

F検定の結果

データに対応がなく、等分散と仮定できる

⇒ スチューデントの t 検定

データに対応がなく、等分散と仮定できない

⇒ ウェルチの t 検定

最近は、どっちにしろ「ウェルチの t 検定」
でいいんじゃない？って説もある

ここから「t 検定」をスタート



t 検定の流れ

- 1 「両側」か「片側」かを定める
- 2 仮説を立てる (H_0 H_1)
- 3 有意水準を決める（普通は0.05）
- 4 t 値（絶対値）を求める
- 5 t 値の境界値を求める
- 6 t 値と t 値の境界値から判断する

今回は「遅延時間に差があるのか検定」

「両側検定」

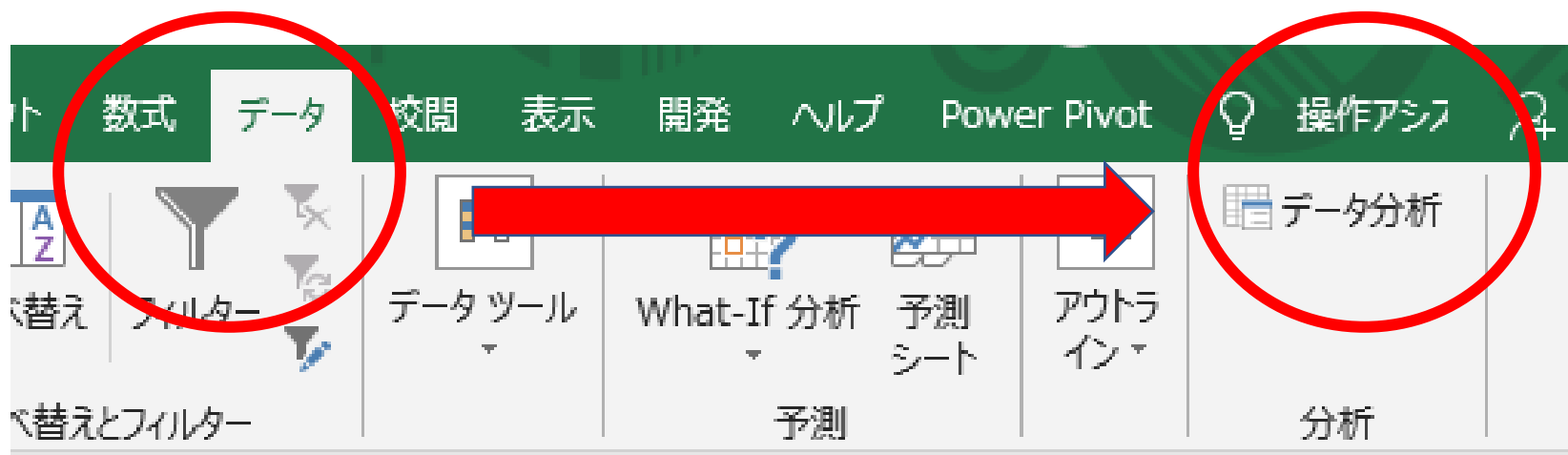
H_0 : 遅延時間に差がない

H_1 : 遅延時間に差がある

t 検定の流れ

- 1 「両側」か「片側」かを定める
- 2 仮説を立てる (H_0 H_1)
- 3 有意水準を決める (普通は0.05)
- 4 t 値 (絶対値) を求める
- 5 t 値の境界値を求める
- 6 t 値と t 値の境界値から判断する

「対応のあるデータ」



「t 検定：等分散を仮定した平均の検定」

t-検定: 等分散を仮定した 2 標本による検定		
	変数 1	変数 2
平均	19.71428571	19.18571429
分散	9.381428571	9.631428571
観測数	7	7
プールされた分散	9.506428571	
仮説平均との差異	0	
自由度	12	
t	0.320722192	
P(T<=t) 片側	0.376968679	
t 境界値 片側	1.782287556	
P(T<=t) 両側	0.753937358	
t 境界値 両側	2.17881283	

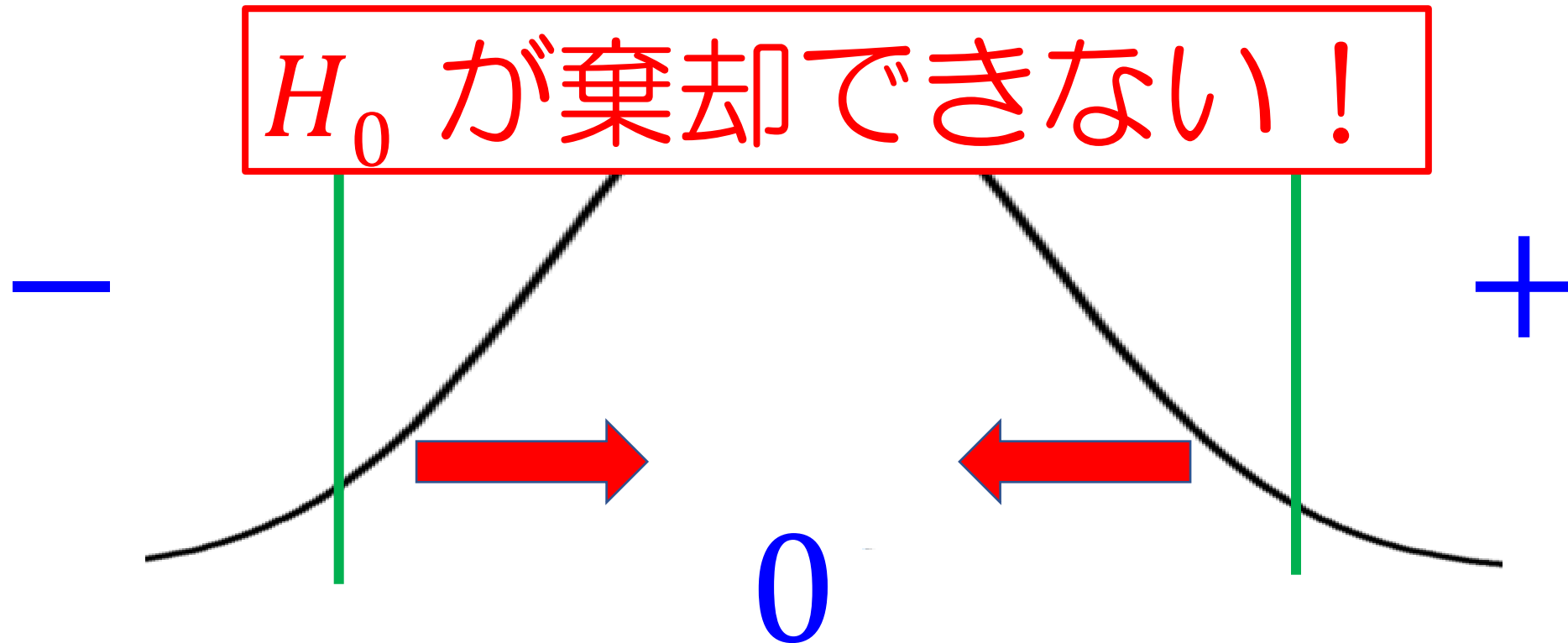
t 検定の流れ

- 1 「両側」か「片側」かを決める
- 2 仮説を立てる (H_0 H_1)
- 3 有意水準を決める (普通は0.05)
- 4 t 値 (絶対値) を求める
- 5 t 値の境界値を求める
- 6 t 値と t 値の境界値から判断する

t-検定: 等分散を仮定した 2 標本による検定		
	変数 1	変数 2
平均	19.71428571	19.18571429
分散	9.381428571	9.631428571
観測数	7	7
プールされた分散	9.506428571	
仮説平均との差異	0	
自由度	12	
t	0.320722192	
P(T<=t) 片側	0.376968679	
t 境界値 片側	1.782287556	
P(T<=t) 両側	0.753937358	
t 境界値 両側	2.17881283	

「t 値の境界値」

t 値が、境界値より小さい（内側）



「 t 値と t 値の境界値」の比較

t 値の境界値と比べて

t 値（絶対値）が小さい

H_0 : 遅延時間に差はない ← 棄却できない！

H_1 : 遅延時間に差がある

遅延時間に差があるとはいい切れない！

t-検定: 等分散を仮定した 2 標本による検定		
	変数 1	変数 2
平均	19.71428571	19.18571429
分散	9.381428571	9.631428571
観測数	7	7
プールされた分散	9.506428571	
仮説平均との差異	0	
自由度	12	
t	0.320722192	
P(T<=t) 片側	0.376968679	
t 境界値 片側	1.782287556	
P(T<=t) 両側	0.753937358	
t 境界値 両側	2.17881283	

$$\alpha = 0.05$$

「 $P(T \leq t)$ 片側と α 値」の比較

「 $P(T \leq t)$ 片側」のほうが

α 値 (有意水準) より **大きい**

H_0 : 遅延時間に差はない ← **棄却できない!**

H_1 : 遅延時間に差がある

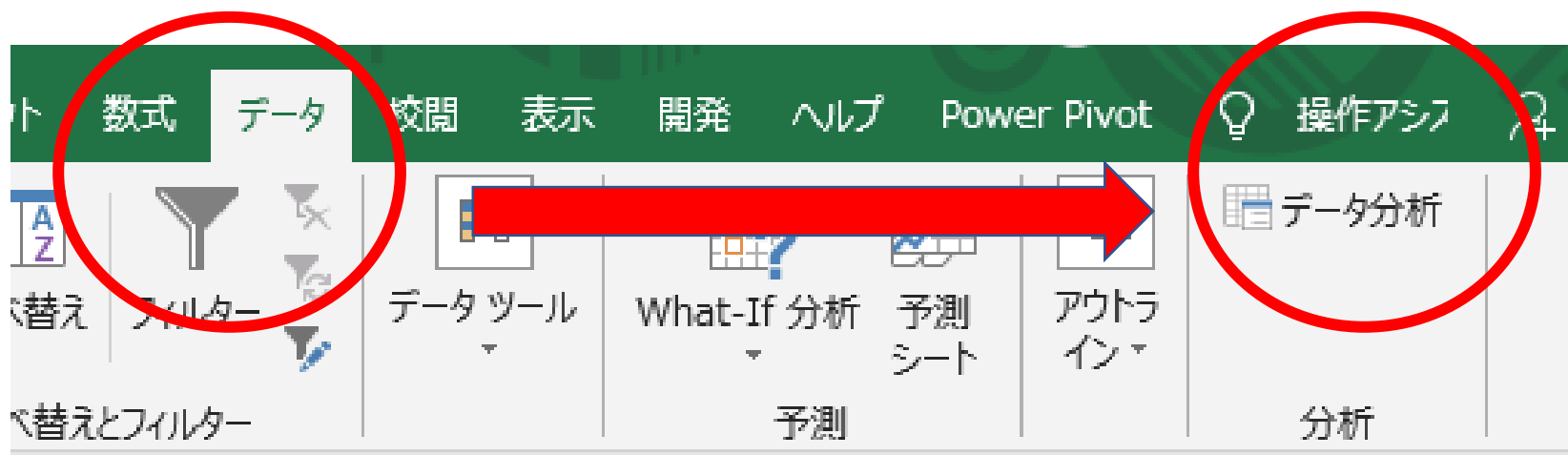
遅延時間に差があるとはいい切れない!

もし、F検定の結果が
「等分散でない」だったら
どうしよう？



そんなの簡単！

「対応のあるデータ」



「t 検定：分散が等しくないと仮定～」

をやればいいだけ！！

分散が等しくないパターン

問題やってみよう！！



「並び人数の調査」を行いました。

アトラクションの人気に差があると

言えるのは？



タワー・オブ・テラー

73 94 89 92 49 28 99 75 9

79 31

スチールドラゴン

33 22 43 30 33 63 46 57 25

ハリウッド・ドリーム

61 60 67 79 50 60 79 75 55

67 69 41

前回の流れに追加の新しい考え

1 「対応のあるデータ」か
「対応のないデータ」か

2 片側検定の大小の判断

「片側検定の大小の判断」

H_0 : AとBの平均は等しい

H_1 : Aの方がBより平均が大きい

H_0 : AとBの平均は等しい

H_1 : Aの方がBより平均が小さい

の2つの仮説パターンが立てられる

例えば

「日給が30000円と仮定」(H_0)すると

対立仮説(H_1)は3通りできる

- 1 日給は30000円でない
- 2 日給は30000円より少ない
- 3 日給は30000円より多い

「片側検定の大小の判断」

H_0 : 日給は30000円である

H_1 : 日給は30000円より大きい

H_0 : 日給は30000円である

H_1 : 日給は30000円より小さい

の2つの仮説パターンが立てられる

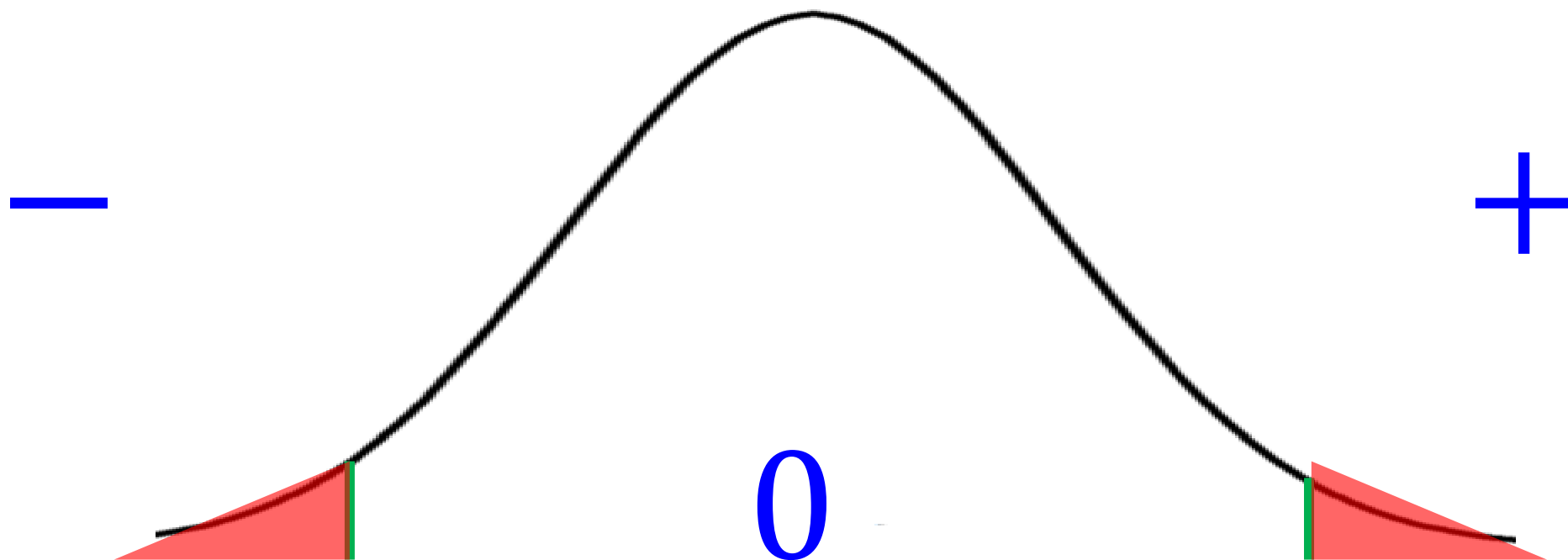
「両側検定」

1 日給は300000円でない

これが「両側検定」

どっちに入ってもいい

(多い少ないは全く考えない)



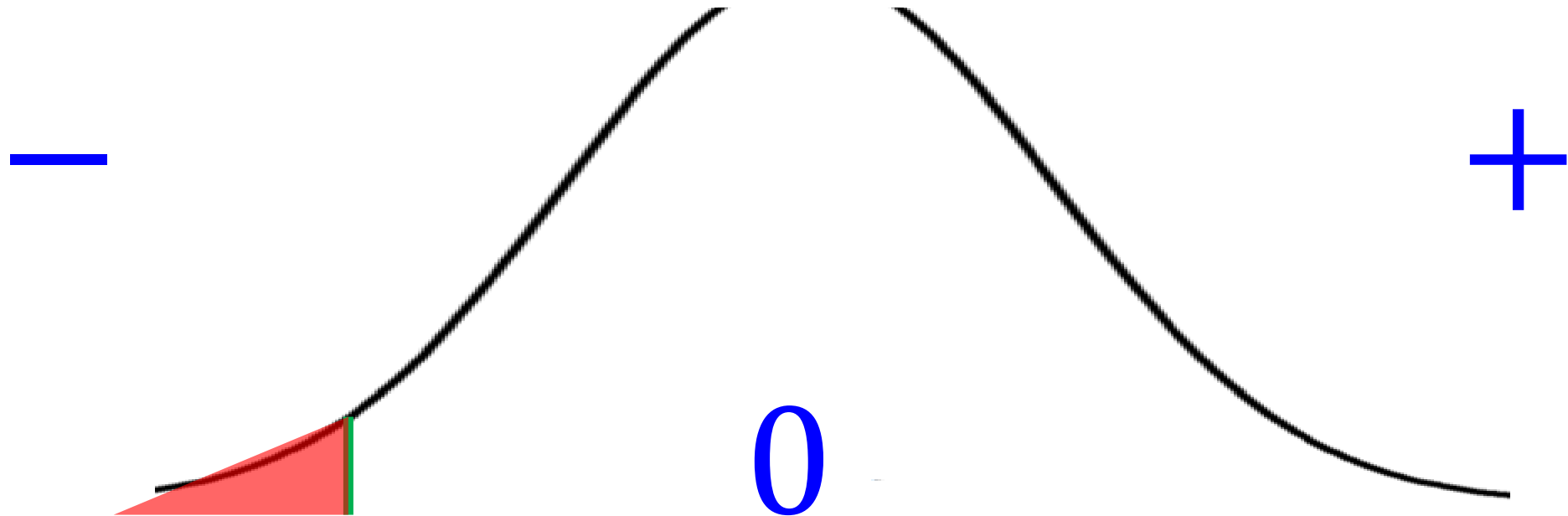
「片側検定」

2 日給は300000円より少ない

これが「片側検定」

マイナスの領域に入ればいい

(大小の関係があることを検定したい)



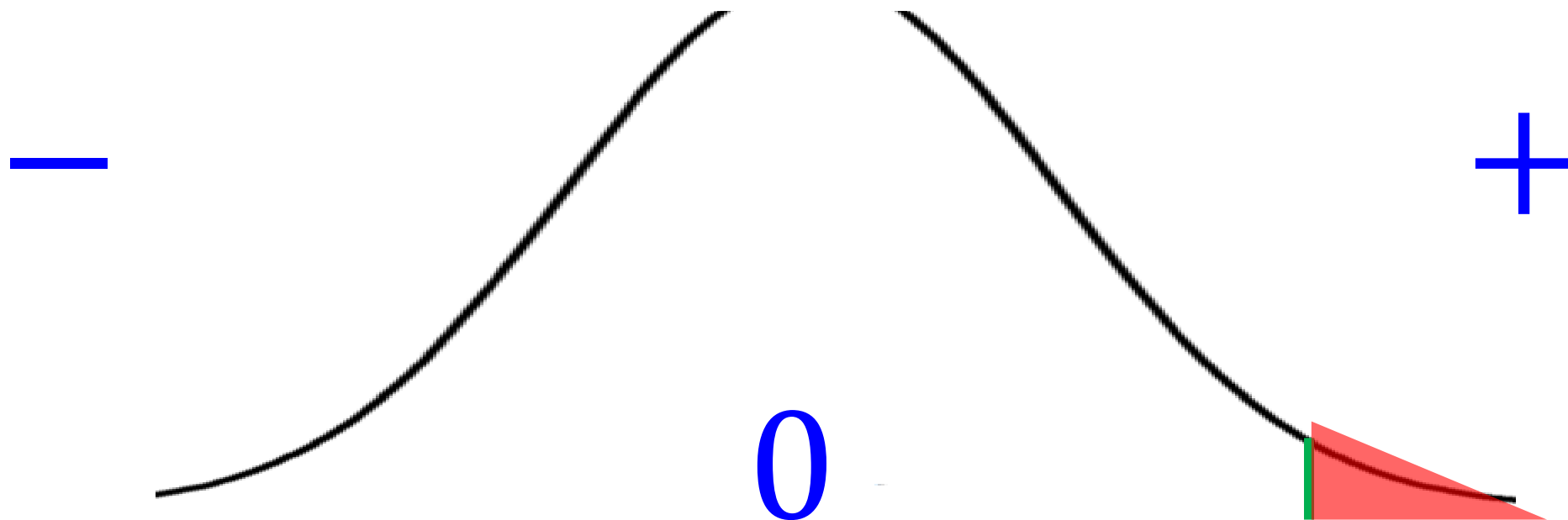
「片側検定」

3 日給は300000円より多い

これが「片側検定」

プラスの領域に入ればいい

(大小の関係があることを検定したい)



一緒にやってみよう

- 「性別」と「自宅か下宿」
- 「性別」と「本」

有意にどんな差があるのか？

一緒にやってみよう

- 「性別」と「自宅か下宿」
- 「性別」と「本」

有意にどんな差があるのか？

まずは、F検定

「性別」と「自宅か下宿」のF検定

F-検定: 2 標本を使った分散の検定		
	変数 1	変数 2
平均	1.515	1.52
分散	0.251030151	0.250854
観測数	200	200
自由度	199	199
観測された分散比	1.000701122	
P(F<=f) 片側	0.498030298	
F 境界値 片側	1.263340341	

$$\alpha = 0.05$$

この2つは等分散であると言える

t 検定の流れ

1 「両側」か「片側」かを決める

2 仮説を立てる (H_0 H_1)

3 有意水準を決める (普通は0.05)

4 t 値 (絶対値) を求める

5 t 値の境界値を求める

6 t 値と t 値の境界値から判断する

今回は「性別と住居はどんな関係かの検定」

「片側検定」

t 検定の流れ

1 「両側」か「片側」かを決める

2 仮説を立てる (H_0 H_1)

3 有意水準を決める（普通は0.05）

4 t 値（絶対値）を求める

5 t 値の境界値を求める

6 t 値と t 値の境界値から判断する

H_0 : 男性と女性の住居の平均は等しい

H_1 : 男性の方が女性より平均が大きい

つまり、男性の方が「下宿が多い」

H_0 : 男性と女性の住居の平均は等しい

H_1 : 男性の方が女性より平均が小さい

つまり、男性の方が「実家が多い」

t 検定の流れ

- 1 「両側」か「片側」かを決める
- 2 仮説を立てる (H_0 H_1)
- 3 有意水準を決める（普通は0.05）
- 4 t 値（絶対値）を求める
- 5 t 値の境界値を求める
- 6 t 値と t 値の境界値から判断する

「性別」と「自宅か下宿」の t 検定

t-検定: 等分散を仮定した 2 標本による検定		
	変数 1	変数 2
平均	1.608247423	1.436893204
分散	0.240764605	0.248429469
観測数	97	103
プールされた分散	0.244713171	
仮説平均との差異	0	
自由度	198	
t	2.44824914	
P(T<=t) 片側	0.007612973	
t 境界値 片側	1.652585784	
P(T<=t) 両側	0.015225946	
t 境界値 両側	1.972017478	

t 検定の流れ

- 1 「両側」か「片側」かを定める
- 2 仮説を立てる (H_0 H_1)
- 3 有意水準を決める (普通は0.05)
- 4 t 値 (絶対値) を求める
- 5 t 値の境界値を求める
- 6 t 値と t 値の境界値から判断する

「性別」と「自宅か下宿」の t 検定

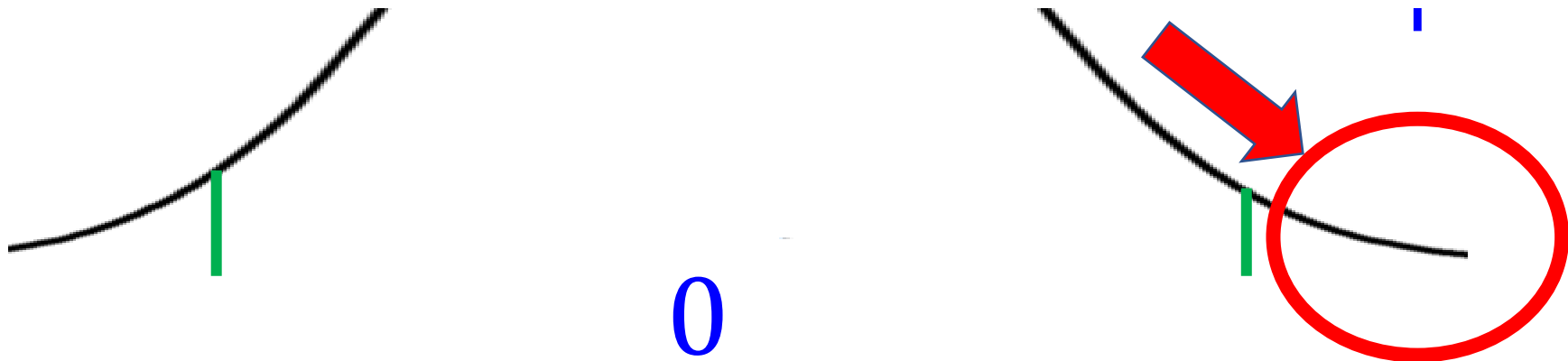
t-検定: 等分散を仮定した 2 標本による検定		
	変数 1	変数 2
平均	1.608247423	1.436893204
分散	0.240764605	0.248429469
観測数	97	103
プールされた分散	0.244713171	
仮説平均との差異	0	
自由度	198	
t	2.44824914	
P(T<=t) 片側	0.007612973	
t 境界値 片側	1.652585784	
P(T<=t) 両側	0.015225946	
t 境界値 両側	1.972017478	

「t 値の境界値」

これより外側（絶対値が大きい）

H_0 が棄却できる！

今回は「+」だからココ！



H_0 : 男性と女性の住居の平均は等しい

H_1 : 男性の方が女性より平均が大きい

つまり、男性の方が「下宿が多い」

H_0 : 男性と女性の住居の平均は等しい

H_1 : 男性の方が女性より平均が小さい

つまり、男性の方が「実家が多い」

H_1 : 男性の方が女性より平均が大きい

「検定結果」

男性の方が「下宿が多い」

女性の方が「実家が多い」

一緒にやってみよう

- 「性別」と「自宅か下宿」
- 「性別」と「本」

有意にどんな差があるのか？

まずは、F検定

「性別」と「本」のF検定

F-検定: 2 標本を使った分散の検定		
	変数 1	変数 2
平均	1.515	1.565
分散	0.251030151	0.24701
観測数	200	200
自由度	199	199
観測された分散比	1.016275048	
P(F<=f) 片側	0.454727421	
F 境界値 片側	1.263340341	

$$\alpha = 0.05$$

この2つは等分散であると言える

t 検定の流れ

1 「両側」か「片側」かを決める

2 仮説を立てる (H_0 H_1)

3 有意水準を決める (普通は0.05)

4 t 値 (絶対値) を求める

5 t 値の境界値を求める

6 t 値と t 値の境界値から判断する

今回は「性別と本はどんな関係かの検定」

「片側検定」

t 検定の流れ

1 「両側」か「片側」かを定める

2 仮説を立てる (H_0 H_1)

3 有意水準を決める（普通は0.05）

4 t 値（絶対値）を求める

5 t 値の境界値を求める

6 t 値と t 値の境界値から判断する

H_0 : 男性と女性の本の平均は等しい

H_1 : 男性の方が女性より平均が大きい

つまり、男性の方が「本を読まない」

H_0 : 男性と女性の本の平均は等しい

H_1 : 男性の方が女性より平均が小さい

つまり、男性の方が「本を読む」

t 検定の流れ

- 1 「両側」か「片側」かを定める
- 2 仮説を立てる (H_0 H_1)
- 3 有意水準を決める（普通は0.05）
- 4 t 値（絶対値）を求める
- 5 t 値の境界値を求める
- 6 t 値と t 値の境界値から判断する

「性別」と「本」の t 検定

t-検定: 等分散を仮定した 2 標本による検定		
	変数 1	変数 2
平均	1.484536082	1.640776699
分散	0.252362543	0.232438607
観測数	97	103
プールされた分散	0.242098697	
仮説平均との差異	0	
自由度	198	
t	-2.244332507	
P(T<=t) 片側	0.01295881	
t 境界値 片側	1.652585784	
P(T<=t) 両側	0.02591762	
t 境界値 両側	1.972017478	

t 検定の流れ

- 1 「両側」か「片側」かを定める
- 2 仮説を立てる (H_0 H_1)
- 3 有意水準を決める (普通は0.05)
- 4 t 値 (絶対値) を求める
- 5 t 値の境界値を求める
- 6 t 値と t 値の境界値から判断する

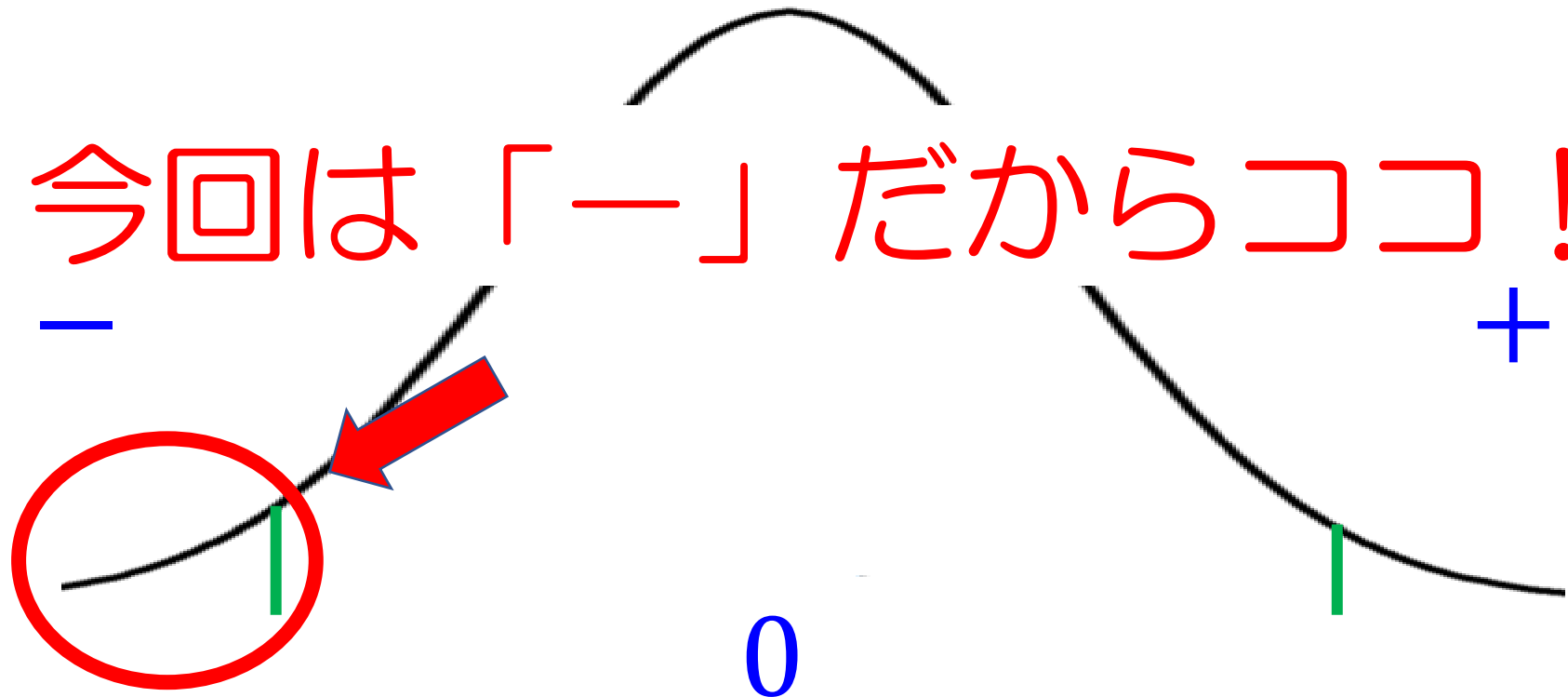
「性別」と「本」の t 検定

t-検定: 等分散を仮定した 2 標本による検定		
	変数 1	変数 2
平均	1.484536082	1.640776699
分散	0.252362543	0.232438607
観測数	97	103
プールされた分散	0.242098697	
仮説平均との差異	0	
自由度	198	
t	-2.244332507	
P(T<=t) 片側	0.01295881	
t 境界値 片側	1.652585784	
P(T<=t) 両側	0.02591762	
t 境界値 両側	1.972017478	

「t 値の境界値」

これより外側（絶対値が大きい）

H_0 が棄却できる！



H_0 : 男性と女性の本の平均は等しい

H_1 : 男性の方が女性より平均が大きい

つまり、男性の方が「本を読まない」

H_0 : 男性と女性の本の平均は等しい

H_1 : 男性の方が女性より平均が小さい

つまり、男性の方が「本を読む」

「検定結果」

つまり、

男性の方が「本を3冊以上読む」

女性の方が「本を3冊以上読まない」

H_1 ：男性の方が女性より平均が小さい